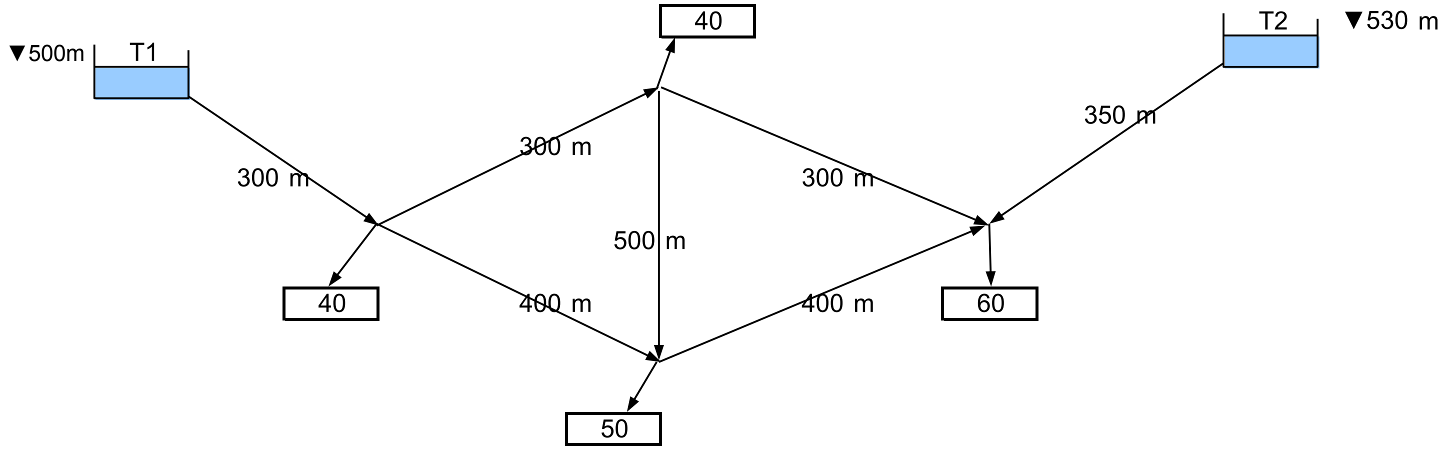
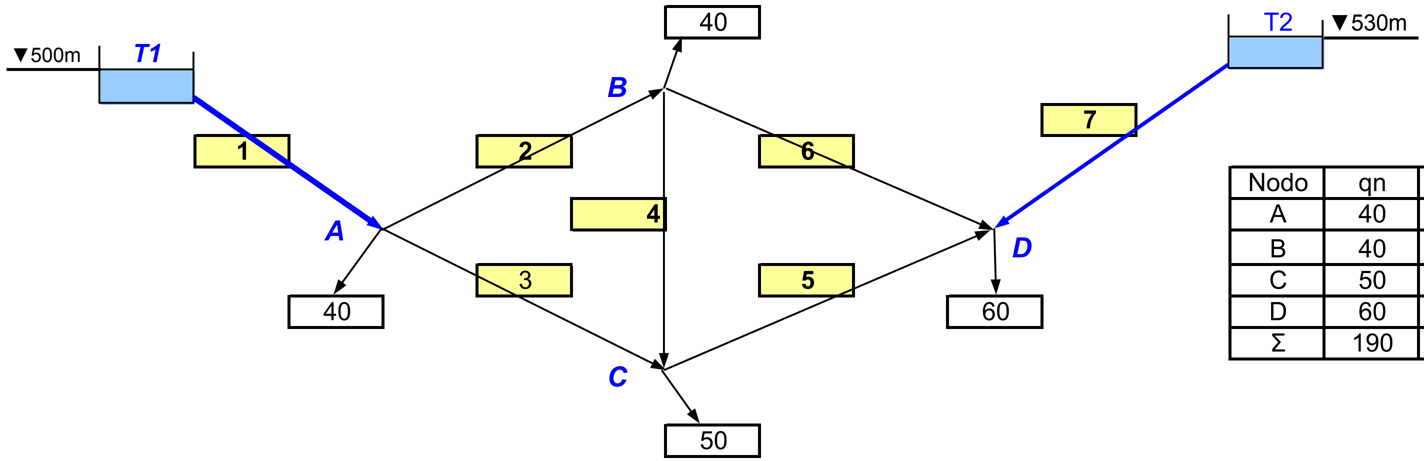
CLASICO EJERCICIO DE INTERNET



1.- NOMINACION DE NODOS, NUMERACION DE TRAMOS Y ASIGNACION DE CAUDALES A CADA TRAMO

Para comprender mejor la formulación de la matriz Jacobiana, asignaremos letras (mayúsculas) a los nodos de la red, y a cada tramo ó ramal, se le asignará un número.



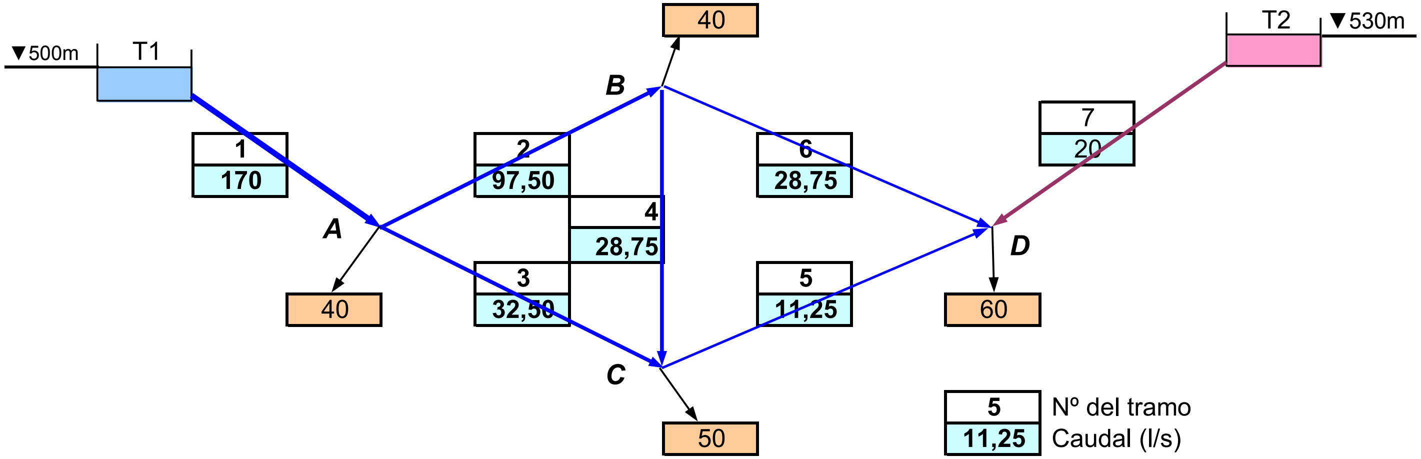
Nodo	qn	
A	40	l/s
B	40	l/s
C	50	l/s
D	60	l/s
Σ	190	l/s

La sumatoria de consumos en los nodos (demanda total) es = 40 + 40 + 50 + 60 = 190 (l/s)

Por el Principio de Conservación de la masa, la suma de caudales de aporte de los reservorios, tiene que ser igual a la sumatoria de los consumos.

Entonces: Con $Q_1 =$ 170 (l/s)
$Q_7 =$ 20 (l/s)
$\Sigma Qap=$ 190 (l/s)

En el Nodo A
$Q_1 = Q_2 + Q_4 + q_A$
$Q_1 - q_A = Q_2 + Q_4$
$170 - 40 = Q_2 + Q_4$
$130 = 97{,}5 + 32{,}5$



2.- PARAMETROS DE DISEÑO Y ELECCION DE DIAMETROS

Con los Caudales asignados a cada tramo ó ramal, calculamos Diámtros. Luego, con los datos de cada tramo calculamos las pérdidas de carga (ó perdidas de energía) no compensadas. Para tal efecto, aplicaremos la Ec. de Hazen Williams (Tambien se puede aplicar la Ec. De Darcy-Weisbach).

$$K = \frac{10{,}67 \cdot L}{C^{1{,}852} * D^{4{,}87}} \qquad h_f = K \cdot Q^{1{,}852}$$

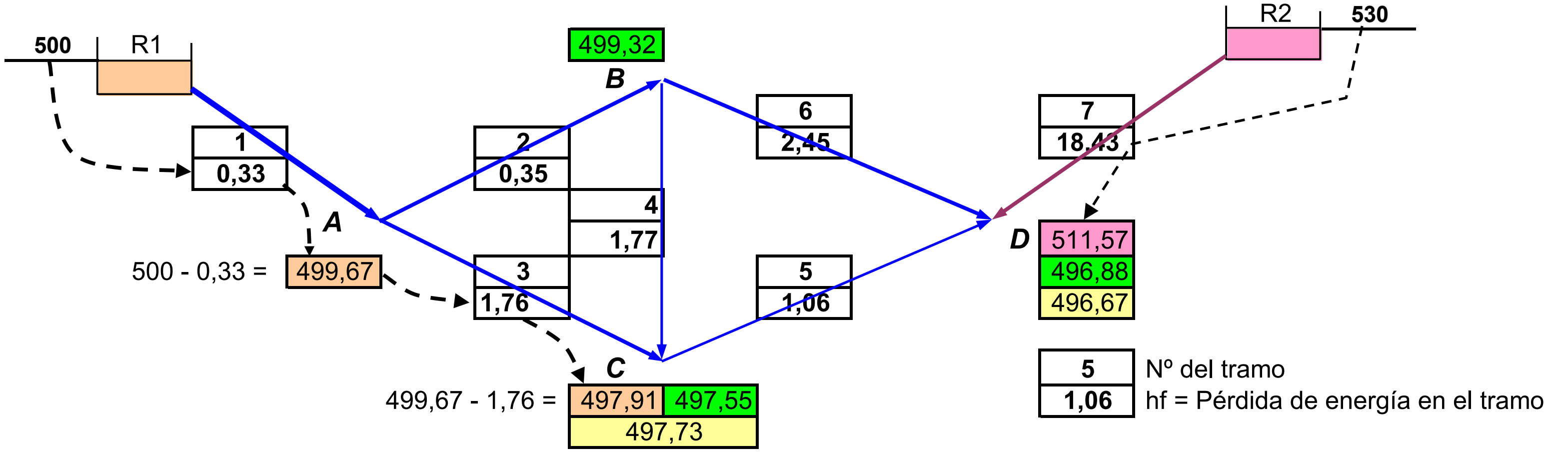
Nodo	▼
R1	500
R2	530
A	470
B	470
C	470
D	470

Tramo	L
1	300
2	300
3	500
4	400
5	300
6	400
7	350

Tramo	Q	D	Dcom	L	C	K	hf
1	170,00	0,465	0,500	300	150	8,7333	0,33
2	97,50	0,352	0,400	300	150	25,89	0,35
3	28,75	0,191	0,200	500	150	1261,8	1,76
4	32,50	0,203	0,200	400	150	1009,5	1,77
5	28,75	0,191	0,200	300	150	757,09	1,06
6	11,25	0,120	0,125	400	150	9957,5	2,45
7	20,00	0,160	0,100	350	150	25829	18,43

3.- ALTURAS DE PRESION O COTAS PIEZOMETRICAS

Con las pérdidas de carga No compensadas, calculamos las cotas ó alturas de presión No compensadas en cada nodo



Observar que en el nodo C tenemos dos caudales convergentes que producen dos presiones sin conpensar
Observar que en el nodo D tenemos tres caudales convergentes que producen tres presiones sin compensar

Diferencias de presión a compensar

4.- ECUACIONES DEL SISTEMA

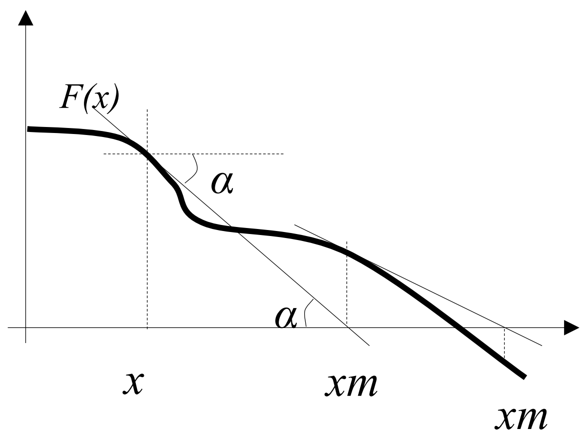
	Tramo	1	2	3	4	5	6	7	qn		Sq
$F_1 =$	$\Sigma Q_A =$	Q_1	$-Q_2$	$-Q_3$					$-qA$	=	0
$F_2 =$	$\Sigma Q_B =$		Q_2		$-Q_4$		$-Q_6$		$-qB$	=	0
$F_3 =$	$\Sigma Q_C =$			Q_3	Q_4	$-Q_5$			$-qC$	=	0
$F_4 =$	$\Sigma Q_D =$					Q_5	Q_6	Q_7	$-qD$	=	0

Requisito para que el sistema se halle en equilibrio : $\Sigma Q_{en\ c/n\ odo} = 0$

5.- CORRECCION O COMPENSACION DE LAS ALTURAS DE PRESION

ITERACION DE NEWTON

Dada una función arbitraria $F(x)$. Asumiendo que conocemos el valor de tal función y su derivada $\partial F/\partial x$ en un punto xm, observemos que:



$$tg(\alpha) = \frac{\partial F^m}{\partial x} = \frac{F^m}{x^m - x^{m+1}}$$

$$x^{m+1} = x^m - \frac{F^m}{\partial F^m / \partial x}$$

$$\{x\}^{m+1} = \{x\}^m - \left[D^m\right]^{-1} \cdot \{F\}^m \qquad \text{Ec. (1)}$$

$$[D]^{-1} = \frac{1}{\partial F / \partial x} \Rightarrow \boxed{\{z\} = [D]^{-1} \cdot \{F\}} \qquad \text{Ec. (2)}$$

En la *Ec.(1)*, los vectores $\{x\}$ y $\{F\}$ remplazan a la variable x y a la función f. La inversa del Jacobiano $[D]$ o sea $[D]-1$, remplaza a la inversa de la derivada.

Aplicando el método de Newton-Raphson a las ecuaciones del sistema, tenemos:

Donde:

$$Q_{ij} = \left[\frac{H_i - H_j}{K_{ij}}\right]^{\frac{1}{n}}$$

Tramo	1	2	3	4	5	6	7	qn		Sq
$F_1 =$	$Q_{R1,A}$	$-Q_{A,B}$	$-Q_{A,C}$		$Q_{i,j}$			$-qA$	=	Sq
$F_2 =$		$Q_{A,B}$		$-Q_{B,C}$		$-Q_{B,D}$		$-qB$	=	Sq
$F_3 =$			$Q_{A,C}$	$Q_{B,C}$	$-Q_{C,D}$			$-qC$	=	Sq
$F_4 =$					$Q_{C,D}$	$Q_{B,D}$	$Q_{R2,D}$	$-qD$	=	Sq

Tramo	1	2	3	4	5	6	7	qn		$\Sigma\partial F$
$\partial F_1 =$	∂Q_1	$\partial Q2$	$\partial Q3$					0	=	0
$\partial F_2 =$		$\partial Q2$		∂Q_4		∂Q_6		0	=	0
$\partial F_3 =$			$\partial Q3$	∂Q_4	∂Q_5			0	=	0
$\partial F_4 =$					∂Q_5	∂Q_6	∂Q_7	0	=	0

Donde: $$\frac{\partial Q}{\partial H} = \pm \frac{Q^{1-n}}{nK} \qquad (+)\text{ para } \frac{\partial Q}{\partial H_i} \qquad (-)\text{ para } \frac{\partial Q}{\partial H_j}$$

Adaptamos la Ec (2) de Newton a nuestro sistema,

$$[D]\cdot\{\Delta H\} = \{S_q\} \qquad \{\Delta H\} = [D]^{-1}\cdot\{S_q\} \qquad \textit{Ec. (3)}$$

donde: $[D]$ = Matriz Jacobiana
$[\Delta H]$ = Factores de corrección de Cotas ó alturas de presión
$[Sq]$ = ΣQ (en los nodos)

5.1.- COTAS ASIGNADAS

Nodo	T1	A	B	C	D	T2
H^o	500,00	499,67	499,32	497,73	496,67	530,00

5.2.CAUDALES DE TRAMO

$$Q_{ij} = \left[\frac{H_i - H_j}{K_{ij}}\right]^{\frac{1}{n}}$$

Tramo	1	2	3	4	5	6	7
Kij =	8,73	25,89	1261,8	1009,5	757	9958	25829
n =	1,852	1,852	1,852	1,852	1,852	1,852	1,852
Qij =	0,170	0,0975	0,0303	0,0307	0,0287	0,0117	0,0275

Caulcular con las cotas asignadas

DERIVADAS de los caudales

$$\boxed{\frac{\partial Q}{\partial H} = \pm \frac{Q^{1-n}}{nK}}$$

$\partial Qij=$	0,2798	0,1516	0,0084	0,0104	0,0147	0,0024	0,0004

5.3.- F_i = FUNCIONES O ECUACIONES DE CAUDAL (Sustituir valores en las Ecs del Sistema)

Tramo	1	2	3	4	5	6	7	qn		[Sq]
F_1 =	0,170	-0,098	-0,03					-0,040	=	0,002
F_2 =		0,0975		-0,031		-0,012		-0,040	=	0,015
F_3 =			0,0303	0,0307	-0,029			-0,050	=	-0,018
F_4 =					0,0287	0,0117	0,0275	-0,060	=	0,008

5.4.- ∂F_i = DERIVADAS DE LAS FUNCIONES DE CAUDAL

Tramo	1	2	3	4	5	6	7	qn		$\Sigma\partial F$
∂F_1 =	0,2798	0,1516	0,0084					0	=	-0,440
∂F_2 =		0,1516		0,0104		0,0024		0	=	-0,164
∂F_3 =			0,0084	0,0104	0,0147			0	=	-0,033
∂F_4 =					0,0147	0,0024	0,0004	0	=	-0,018

Elementos de la diagonal principal de la Matriz Jacobiana

5.5.- SISTEMA MATRICIAL: [D].[ΔH] = [Sq] ***Donde: [D] = Matriz jacobiana***

El elemento A,B de la Matriz [D] es la derivada del tramo 2

El elemento A,C de [D] es la derivada del tramo 4

El conducto A,D no existe, por lo tanto su valor es 0.

	A	B	C	D		[ΔH]		[Sq]
A	-0,440	0,1516	0,0104	0	*	ΔH_A	=	0,002
B	0,1516	-0,164	0,0084	0,0147		ΔH_B	=	0,015
C	0,0104	8E-03	-0,033	2E-03		ΔH_C	=	-0,018
D	0	0,0147	0,0024	-0,018		ΔH_D	=	0,008

$[D]^{-1}$					[Sq]		[ΔH]	
-3,631	-3,779	-2,327	-3,484	*	0,002	=	-0,052	ΔH_A
-3,779	-10,65	-4,534	-9,546		0,015	=	-0,165	ΔH_B
-2,327	-4,534	-32,3	-8,212		-0,018	=	0,435	ΔH_C
-3,484	-9,546	-8,212	-66,24		0,008	=	-0,537	ΔH_D

5.6.- CORRECCION DE COTAS PIEZOMETRICAS

Nodo	T2	A	B	C	D	T2
H^o	500,00	499,67	499,32	497,73	496,67	530,00
ΔH^o	0,00	-0,052	-0,165	0,4347	-0,537	0,00
H'	500,00	499,72	499,49	497,30	497,21	530,00

ITERACION Nº 2

COTAS corregidas

Nodo	T1	A	B	C	D	T2
H´	500,00	499,72	499,49	497,30	497,21	530,00

CAUDALES DE TRAMO

$$Q_{ij} = \left[\frac{H_i - H_j}{K_{ij}} \right]^{\frac{1}{n}}$$

Tramo	1	2	3	4	5	6	7
Kij =	8,73	25,89	1261,8	1009,5	757	9958	25829
n =	1,852	1,852	1,852	1,852	1,852	1,852	1,852
Qij =	0,155	0,0788	0,0342	0,0365	0,0074	0,0108	0,0273

DERIVADAS PARCIALES

$$\boxed{\frac{\partial Q}{\partial H} = \pm \frac{Q^{1-n}}{nK}}$$

∂Qij=	0,3027	0,1817	0,0076	0,0090	0,0465	0,0026	0,0004

F_i = FUNCIONES O ECUACIONES DE CAUDAL (Sustituir valores en las Ecs del Sistema)

Tramo	1	2	3	4	5	6	7	qn		[Sq]
F_1 =	0,155	-0,079	-0,034					-0,040	=	0,002
F_2 =		0,0788		-0,036		-0,011		-0,040	=	-0,009
F_3 =			0,0342	0,0365	-0,007			-0,050	=	0,013
F_4 =					0,0074	0,0108	0,0273	-0,060	=	-0,014

∂F_i = DERIVADAS DE LAS FUNCIONES DE CAUDAL

Tramo	1	2	3	4	5	6	7	qn		Σ∂F	
∂F_1 =	0,3027	0,1817	0,0076					0	=	-0,492	Elementos de la
∂F_2 =		0,1817		0,0090		0,0026		0	=	-0,193	diagonal principal
∂F_3 =			0,0076	0,0090	0,0465			0	=	-0,063	de la Matriz
∂F_4 =					0,0465	0,0026	0,0004	0	=	-0,050	Jacobiana

SISTEMA MATRICIAL: [D].[ΔH] = [Sq]

Al elemento A,B le corresponde la derivada parcial de caudal del tramo 2.
Al elemento A,C le corresponde la derivada parcial de caudal del tramo 4.
El elemento A,D no existe, por lo tanto su valor es 0.

	A	*B*	*C*	*D*		*[ΔH]*		*[Sq]*
A	-0,492	0,1817	0,0090	0		ΔH_A	=	0,002
B	0,1817	-0,193	0,0076	0,0465	*	ΔH_B	=	-0,009
C	0,0090	8E-03	-0,063	3E-03		ΔH_C	=	0,013
D	0	0,0465	0,0026	-0,050		ΔH_D	=	-0,014

[D]$^{-1}$					*[Sq]*		*[ΔH]*
-3,787	-4,688	-1,285	-4,469		0,002	=	0,080
-4,688	-12,56	-2,664	-11,93	*	-0,009	=	0,235
-1,285	-2,664	-16,48	-3,355		0,013	=	-0,149
-4,469	-11,93	-3,355	-31,56		-0,014	=	0,505

CORRECCION DE COTAS PIEZOMETRICAS

Nodo	*T2*	*A*	*B*	*C*	*D*	*T2*
H´	500,00	499,72	499,49	497,30	497,21	530,00
ΔH´	0,00	0,080	0,2348	-0,149	0,505	0,00
H"	500,00	499,64	499,25	497,45	496,71	530,00

ITERACION Nº 3

ITERACION Nº 4

ITERACION Nº 10

COTAS corregidas

Nodo	*T1*	*A*	*B*	*C*	*D*	*T2*
H"	500,00	499,70	499,42	497,25	496,74	530,00

CAUDALES DE TRAMO

$$Q_{ij} = \left[\frac{H_i - H_j}{K_{ij}}\right]^{\frac{1}{n}}$$

Tramo	1	2	3	4	5	6	7
Kij =	8,73	25,89	1261,8	1009,5	757,1	9957,5	25829
n =	1,852	1,852	1,852	1,852	1,852	1,852	1,852

Qij =	0,161	0,0869	0,0344	0,0363	0,0194	0,0118	0,0275	0,189

DERIVADAS PARCIALES

$$\boxed{\frac{\partial Q}{\partial H} = \pm\frac{Q^{1-n}}{nK}}$$

∂Qij=	0,2925	0,1673	0,0076	0,0090	0,0205	0,0024	0,0004

F_i = FUNCIONES O ECUACIONES DE CAUDAL (Sustituir valores en las Ecs del Sistema)

Tramo	1	2	3	4	5	6	7	qn		[Sq]
F_1 =	0,161	-0,087	-0,034					-0,040	=	0,000
F_2 =		0,0869		-0,036		-0,012		-0,040	=	-0,001
F_3 =			0,0344	0,0363	-0,019			-0,050	=	0,001
F_4 =					0,0194	0,0118	0,0275	-0,060	=	-0,001

∂F_i = DERIVADAS DE LAS FUNCIONES DE CAUDAL

Tramo	1	2	3	4	5	6	7	qn		Σ∂F	
∂F_1 =	0,2925	0,1673	0,0076					0	=	-0,467	Elementos de la
∂F_2 =		0,1673		0,0090		0,0024		0	=	-0,179	diagonal principal
∂F_3 =			0,0076	0,0090	0,0205			0	=	-0,037	de la Matriz
∂F_4 =					0,0205	0,0024	0,0004	0	=	-0,023	Jacobiana

SISTEMA MATRICIAL: [D].[ΔH] = [Sq]   (Matriz jacobiana)

Al elemento A,B le corresponde la derivada parcial de caudal del tramo 2.
Al elemento A,C le corresponde la derivada parcial de caudal del tramo 4.

	A	B	C	D		[ΔH]		[Sq]
A	-0,467	0,1673	0,0090	0		ΔH_A	=	0,000
B	0,1673	-0,179	0,0076	0,0205	*	ΔH_B	=	-0,001
C	0,0090	8E-03	-0,037	2E-03		ΔH_C	=	0,001
D	0	0,0205	0,0024	-0,023		ΔH_D	=	-0,001

El elemento A,D no existe,
por lo tanto su valor es 0.

$$[D]^{-1} \cdot [Sq] = [\Delta H]$$

$$\begin{vmatrix} -3{,}531 & -3{,}789 & -1{,}856 & -3{,}52 \\ -3{,}789 & -10{,}39 & -3{,}647 & -9{,}506 \\ -1{,}856 & -3{,}647 & -28{,}54 & -6{,}113 \\ -3{,}52 & -9{,}506 & -6{,}113 & -51{,}81 \end{vmatrix} * \begin{bmatrix} 0{,}000 \\ -0{,}001 \\ 0{,}001 \\ -0{,}001 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}007 \\ 0{,}020 \\ -0{,}025 \\ 0{,}070 \end{bmatrix}$$

CORRECCION DE COTAS PIEZOMETRICAS Y CALCULO DE PRESIONES

Nodo	▼
R1	500
R2	530
A	470
B	470
C	470
D	470

Nodo	*T2*	*A*	*B*	*C*	*D*	*T2*
H''	500,00	499,70	499,42	497,25	496,74	530,00
$\Delta H''$	0,00	0,007	0,0205	-0,025	0,070	0,00
H'''	500,00	499,70	499,40	497,27	496,67	530,00
▼tub	500,00	470,00	470,00	470,00	470,00	530,00
Presión	0,00	29,72	29,47	27,30	27,01	0,00

OBSERVAR:

Q_1 = 0,161
Q_7 = 0,028
ΣQap= 0,189
≈ 0,190 (l/s)

Tramo	Q	D
1	161,3	0,500
2	86,9	0,400
3	34,4	0,200
4	36,3	0,200
5	19,4	0,200
6	11,8	0,125
7	27,5	0,100

RESULTADOS OBTENIDOS CON MATLAB Y PUBLICADOS POR LOS INTERNAUTAS

Tramo	D	Q
1	0,254	170,00
2	0,203	69,744
3	0,203	60,256
4	0,203	6,982
5	0,203	17,238
6	0,203	22,762
7	0,254	1160,0

Nodo	H	Presión
T1	500,00	0,00
T2	530,00	0,00
A	489,63	19,63
B	483,86	13,86
C	483,72	13,72
D	483,16	13,16

Q1 = 170,0 (l/s)
Q7 = 1160,0 (l/s)

$Q_1 + Q_7$ = 1330 (l/s) > 190 (l/s) ¿Qué PASO?

ΣAportes >> ΣConsumos